УДК 621.77

Михалевич В. М.
Краевский В. О.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСТУПЕНЧАТОЙ СХЕМЫ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ

В отличие от холодного деформирования при горячем на интенсивность накопления повреждений, и, соответственно, на предельную до разрушения деформацию, существенно влияет скорость деформирования. Этот параметр во многих процессах обработки металлов давлением можно варьировать в широких пределах. Поэтому важно научиться управлять скоростью деформирования так, чтобы обеспечить максимальное использование пластических свойств материала.

Для оптимизации изменения скорости деформаций при горячем деформировании в работе [1] нами сформулирована вариационная задача изопериметрического типа: определить закон изменения скорости деформации $\dot{\varepsilon}_u = \dot{\varepsilon}_u(t)$, при котором за заданное время t_* материал приобретает наибольшую деформацию e_*:

$$e_* = \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(t) \cdot dt \to \max;$$

$$\begin{cases} \int_0^{t_*} j\left(t_* - t; I(t)\right) \cdot f\left(\dot{\varepsilon}_u(t)\right) \cdot dt = 1; \\ \int_0^{t} j\left(t - t; I(t)\right) \cdot f\left(\dot{\varepsilon}_u(t)\right) \cdot dt \le 1, \ \forall t \in \left(0, t_*\right), \end{cases} \tag{1}$$

где t, t – время; $j\left(t - t, I(t)\right)$ – ядро наследственности; f – некоторая функция.

Предпоследнее условие в задаче (1) указывает на очевидный факт, что для обеспечения оптимального режима необходимо использовать весь ресурс пластичности материала, то есть в момент времени t_* состояние материала должно быть близким к разрушению. В то же время последнее условие исключает возможность преждевременного разрушения материала. Задача (1) решена для класса кусочно-постоянных функций: для двухступенчатой [2] и трехступенчатой [3] схем изменения скорости деформаций.

Целью работы является постановка и решение вариационной задачи (1) для случая многоступенчатого изменения скорости деформирования.

Придерживаясь предложенного в предыдущих роботах алгоритма, обобщим постановку и решение вариационной задачи (1) на случай k-ступенчатого изменения скорости деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_u = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1}, \ 0 \le t \le t_1; \\ \dot{\varepsilon}_{u2}, \ t_1 \le t \le t_2; \\ \dots \\ \dot{\varepsilon}_{uk}, \ t_{k-1} \le t \le t_*. \end{cases} \tag{2}$$

Для схемы деформирования (2) вариационная задача (1) сводится к задаче нелинейного программирования:

$$
\begin{aligned}
& e_* = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2}(t_2 - t_1) + \ldots + \dot{\varepsilon}_{uk-1}(t_{k-1} - t_{k-2}) + \dot{\varepsilon}_{uk}(t_* - t_{k-1}) \to \max; \\
& \begin{cases}
\sum\limits_{i=1}^{k-1} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_* - t_{i-1})^n - (t_* - t_i)^n \right) \right] + \dot{\varepsilon}_{uk}(t_* - t_{k-1})^n = g^n; \\
\dot{\varepsilon}_{u1} t_1^n \le g^n; \\
\dot{\varepsilon}_{u1} \left(t_2^n - (t_2 - t_1)^n \right) + \dot{\varepsilon}_{u2}(t_2 - t_1)^n \le g^n; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\sum\limits_{i=1}^{k-2} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_{k-1} - t_{i-1})^n - (t_{k-1} - t_i)^n \right) \right] + \dot{\varepsilon}_{uk-1}(t_{k-1} - t_{k-2})^n \le g^n,
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

в которой целевая функция зависит от $2k-1$ параметров: $\dot{\varepsilon}_{u1}$, $\dot{\varepsilon}_{u2}, \ldots, \dot{\varepsilon}_{uk}$, t_1, t_2, …, t_{k-1}. Здесь g, n – постоянные, что характеризуют свойства материала.

Анализ двухступенчатого и трехступенчатого деформирования показал, что оптимальной является схема, при которой деформирование на каждой ступени происходит до момента, который предшествует разрушению. С учетом этого на основе (3) получим:

$$
\begin{aligned}
& e_* = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2}(t_2 - t_1) + \ldots + \dot{\varepsilon}_{uk-1}(t_{k-1} - t_{k-2}) + \dot{\varepsilon}_{uk}(t_* - t_{k-1}) \to \max; \\
& \begin{cases}
\dot{\varepsilon}_{u1} = \dfrac{g^n}{t_1^n}; \\
\dot{\varepsilon}_{u2} = \dfrac{g^n - \dot{\varepsilon}_{u1}\left(t_2^n - (t_2 - t_1)^n \right)}{(t_2 - t_1)^n}; \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dot{\varepsilon}_{uk-1} = \dfrac{g^n - \sum\limits_{i=1}^{k-2} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_{k-1} - t_{i-1})^n - (t_{k-1} - t_i)^n \right) \right]}{(t_{k-1} - t_{k-2})^n}; \\
\dot{\varepsilon}_{uk} = \dfrac{g^n - \sum\limits_{i=1}^{k-1} \left[\dot{\varepsilon}_{ui} \left((t_* - t_{i-1})^n - (t_* - t_i)^n \right) \right]}{(t_* - t_{k-1})^n}.
\end{cases}
\end{aligned}
\tag{4}
$$

После подстановки $\dot{\varepsilon}_{u1}, \dot{\varepsilon}_{u2}$, …, $\dot{\varepsilon}_{uk}$ в e_* получим:

$$
e_* = F(t_1, t_2, \ldots, t_{k-1}) \to \max . \tag{5}
$$

Следовательно, в результате задача нелинейного программирования (3) сведена к нахождению безусловного максимума функции $k-1$ переменной. Очевидно, что необходимые условия экстремума имеют вид:

$$
\frac{\partial F}{\partial t_i} = 0, \; i = \overline{1, k-1}. \tag{6}
$$

Система (6) состоит из $k-1$ нелинейных уравнений. Проанализировав структуру задачи (4), была создана Maple-программа, в которой реализовано автоматическое построение выражения для целевой функции и системы (4) в зависимости от количества ступеней k. Кроме того, с помощью интеллектуальных мощностей Maple происходит автоматическое определение уравнений системы (6) и нахождение ее решений. Достоверность найденных решений для k-ступенчатого закона изменения скорости деформации подтверждены решениями задачи для $k=2$ и $k=3$, которые полностью совпали с результатами предыдущих исследований двухступенчатой и трехступенчатой схем [2, 3].

Созданную программу использовали для моделирования непрерывного кручения образцов из стали 14Х17Н2 при температуре 1150 °С [4]. При кручении с постоянной скоростью максимальная деформация, которую может выдержать материал до разрушения $e_*=1{,}8$. При использовании двухступенчатой схемы деформирования, параметры которой определяются решением системы (6):

$$\dot{\varepsilon}_u(t)=\begin{cases}0{,}4329\ c^{-1}, 0\le t\le 3.4268;\\ 0{,}0164\ c^{-1}, 3.4268<t\le 30,\end{cases} \tag{7}$$

получим деформацию $e_*=1{,}914$. Согласно расчетам оптимальная трехступенчатая схема имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_u=\begin{cases}1{,}59\ c^{-1}, 0\le t\le 0.821;\\ 0.048\ c^{-1}, 0.821<t\le 9.713;\\ 0.01\ c^{-1}, 9.713<t\le 30.\end{cases} \tag{8}$$

Этой схеме соответствует $e_*=1{,}939$. Решив задачу (1) для случая шести ступеней изменения скорости деформирования, получим максимальную накопленную деформацию $e_*=1{,}948$ при:

$$\dot{\varepsilon}_u=\begin{cases}13.4567\ c^{-1}, 0\le t\le 0.079;\\ 0.3824\ c^{-1}, 0.079<t\le 1.021;\\ 0.0633\ c^{-1}, 1.021<t\le 4.379;\\ 0.0216\ c^{-1}, 4.379<t\le 11.230;\\ 0.0107\ c^{-1}, 11.230<t\le 21.021;\\ 0.0069\ c^{-1}, 21.021<t\le 30.\end{cases} \tag{9}$$

Динамика изменения накопленной деформации в процессе деформирования при использовании разных режимов показанная на рис. 1. Следует отметить, что эффект от оптимизации будет больше для материалов с ярко выраженной зависимостью предельных деформаций от скорости деформаций.

Полученные результаты показывают, что для ступенчатого деформирования оптимальными являются схемы со снижением скорости деформирования. При этом с увеличением количества ступеней e_* также увеличивается. То есть, возможно предположить, что самая большая величина накопленной деформации e_* будет в случае, когда k бесконечно возрастает. Рассмотрение задачи (3) при $k\to\infty$, а также введение в ее структуру дополнительных ограничений, в частности на максимально возможную скорость (из технологических соображений), является одним из направлений дальнейшей работы.

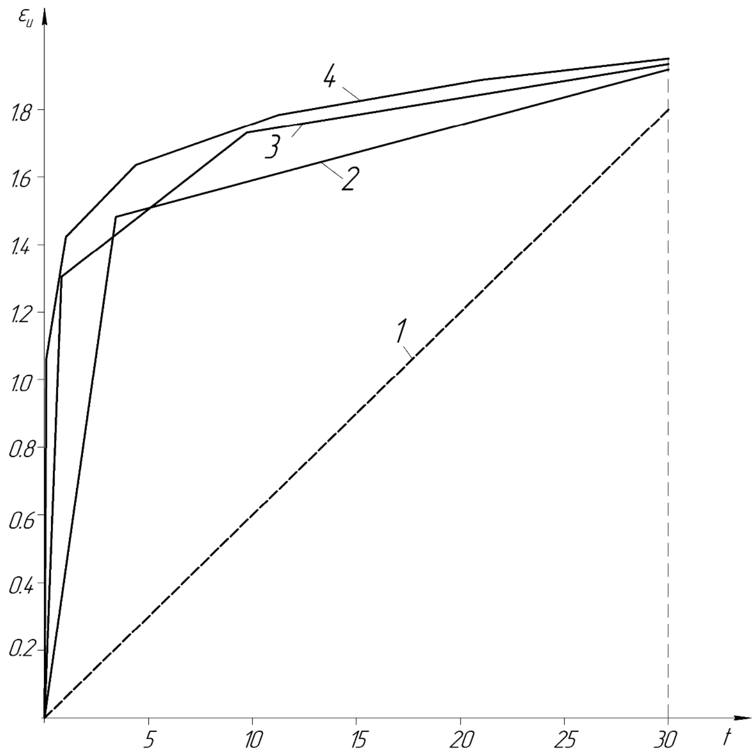

Рис. 1. Динамика изменения накопленной деформации:

1 – при деформировании с постоянной скоростью; 2 – при деформировании по схеме (7); 3 – при деформировании по схеме (8); 4 – при деформировании по схеме (9)

ВЫВОДЫ

Для определения оптимальных параметров ступенчатой схемы изменения скорости деформаций (2) при горячем деформировании, при которой за заданное время материалом получена наибольшая деформация, предложена задача нелинейного программирования (3). Построена общая структура решения задачи (3) для случая k-ступенчатой схемы изменения скорости. Найдены решения задачи (3) для двух-, трех и шестиступенчатого деформирования. Сформулированы задачи дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Михалевич В. М. Формулювання варіаційної задачі для моделі накопичення пошкоджень при гарячому деформуванні / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський // Обработка материалов давлением : зб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2009. – № 2(21). – С. 12–16.*
2. *Михалевич В. М. Вісесиметрична осадка циліндричних заготовок / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Ю. В. Добранюк // Наукові нотатки : міжвузівський збірник (за напрямом «Інженерна механіка»). – Луцьк, 2009. – Випуск 25, ч. 1 – С. 241–249.*
3. *Михалевич В. М. Поиск решения вариационной задачи при горячем деформировании / В. М. Михалевич, В. О. Краєвський // Обработка материалов давлением : зб. научн. трудов. – Краматорск : ДГМА, 2010. – № 1(22). – С. 38–43.*
4. *Влияние горячей прерывистой деформации на пластичность металла / А. А. Богатов, М. В. Смирнов, В. А. Криницын и др. // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1981. – № 12. – С. 37–40.*

Михалевич В. М. – д-р техн. наук, проф. ВНТУ;

Краевский В. А. – канд. техн. наук, доц. ВНТУ.

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница.

E-mail: vkraevsky@mail.ru